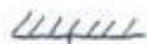


سرک ۷

- ۱- اگر به انتهای فنر قاشی وزنه‌ای به جرم ۲ kg آویزان کنیم، طولش به ۱۰ cm می‌رسد. اگر جرم وزنه را دو برابر کنیم، طول فنر به ۱۱ سانتی متر می‌رسد. $(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$
 الف) ثابت فنر را پیدا کنید. $۲۰ \frac{\text{N}}{\text{cm}}$
 ب) طول عادی فنر بدون وزنه چقدر است؟ ۹ سانتی متر



$$\sum F = 0 \Rightarrow F_c = mg \Rightarrow F_{c1} = 2 \times 10 = 20 \text{ N}$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow F_c = mg \Rightarrow F_{c2} = 4 \times 10 = 40 \text{ N}$$

$$\left. \begin{aligned} F_{c1} &= K \times (10 - L_0) \Rightarrow 20 = K \times (10 - L_0) \\ F_{c2} &= K \times (11 - L_0) \Rightarrow 40 = K \times (11 - L_0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{20}{20} = \frac{K \times (10 - L_0)}{K \times (11 - L_0)} \Rightarrow 2 \times (10 - L_0) = 11 - L_0 \Rightarrow$$

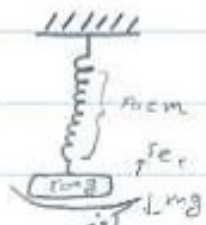
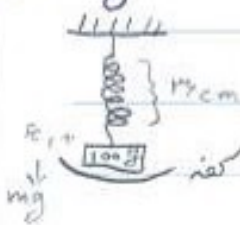
$$20 - 2L_0 = 11 - L_0 \Rightarrow 20 = 11 + L_0 \Rightarrow L_0 = 20 - 11 = 9 \text{ cm}$$

$$F_{c1} = K \times \Delta L \Rightarrow 20 = K \times (10 - 9) \Rightarrow 20 = K \times 1 \Rightarrow K = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

- ۲- فنری به طول ۳۰ cm را به نقطه‌ای می‌آویزیم و به انتهای آن کفه‌ای می‌بندیم. اگر در کفه وزنی ۱۰۰ g قرار دهیم، طول فنر به ۳۶ cm می‌رسد و اگر وزنی ۲۰۰ g قرار دهیم طول آن ۴۰ cm می‌شود. جرم کفه چقدر است؟ $(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

$۱۰۰\text{ g} = 0.1 \text{ kg}$ و $۲۰۰\text{ g} = 0.2 \text{ kg}$

x وزن کفه است:



$$\sum F = 0 \Rightarrow F_c = mg \Rightarrow \begin{cases} F_{c1} = 10 \times (0.1 + x) = 1 + 10x \\ F_{c2} = 10 \times (0.2 + x) = 2 + 10x \end{cases}$$

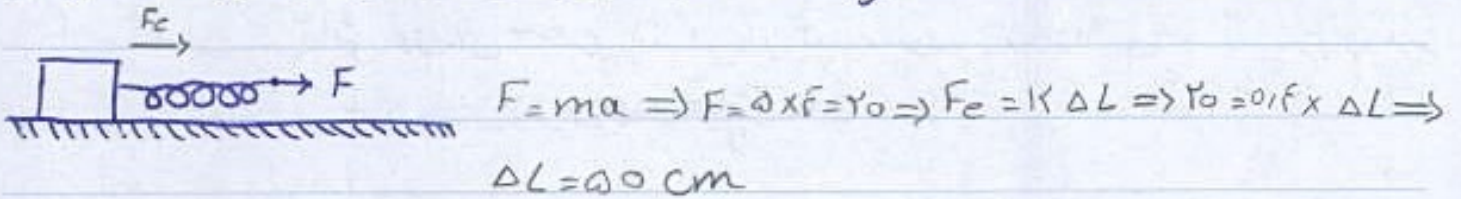
$$F_c \Rightarrow K \Delta L \Rightarrow \begin{cases} F_{c1} = K \times (36 - 30) \Rightarrow 1 + 10x = 6 \times K \\ F_{c2} = K \times (40 - 30) \Rightarrow 2 + 10x = 10 \times K \end{cases} \Rightarrow \frac{1 + 10x}{2 + 10x} = \frac{6 \times K}{10 \times K} \Rightarrow 9 \times (2 + 10x) = 10 \times (1 + 10x)$$

$$\Rightarrow 12 + 90x = 10 + 100x \Rightarrow 2 = 10x \Rightarrow x = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ kg} = \frac{1000}{50} \text{ g} = 200 \text{ g}$$



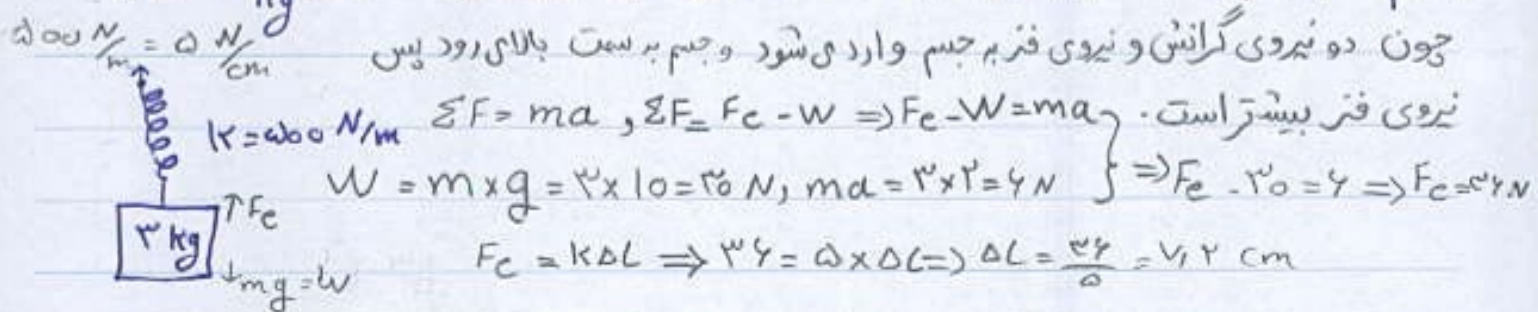
۳- مطابق شکل به کمک فیزی با ثابت

$0.4 \frac{N}{cm}$ جسی به جرم 5 kg را روی سطح افقی بدون اصطکاک با شتاب ثابت 2 m/s^2 می کشیم. تغییر طول فنر نسبت به وضع عادی آن چقدر است؟



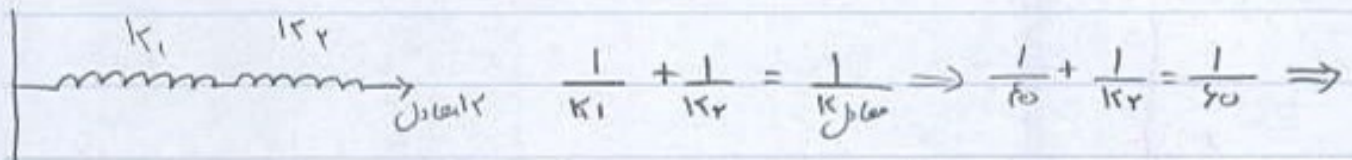
۴- در شکل روبه روی نیروی F جسم را با شتاب ثابت 2 m/s^2 روبه بالا می کشند. اگر جرم

جسم 3 kg کیلوگرم باشد، تغییر طول فنر نسبت به طول عادی اش چقدر است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

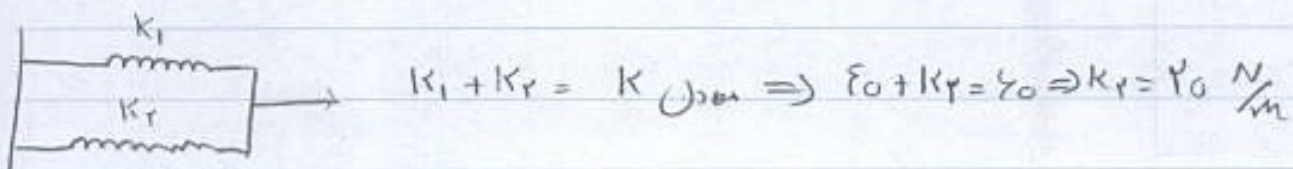


۵- دو فنر با ثابت های $k_1 = 40 \frac{N}{m}$ و k_2 را به هم وصل می کنیم. اگر ثابت معادل برابر $60 \frac{N}{m}$ باشد، k_2 چقدر است؟

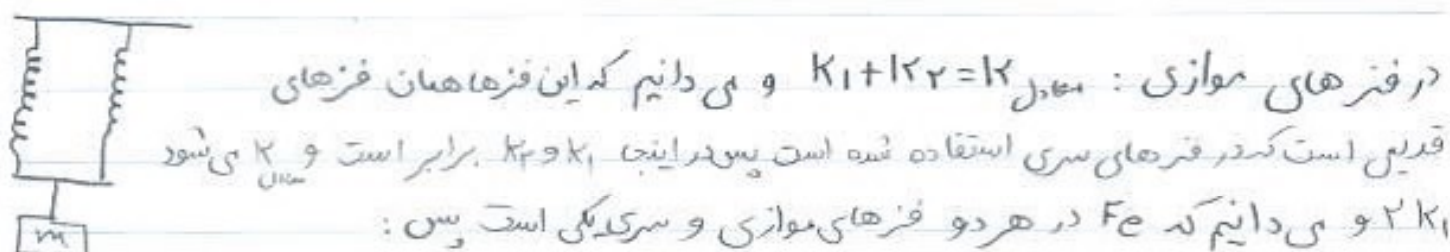
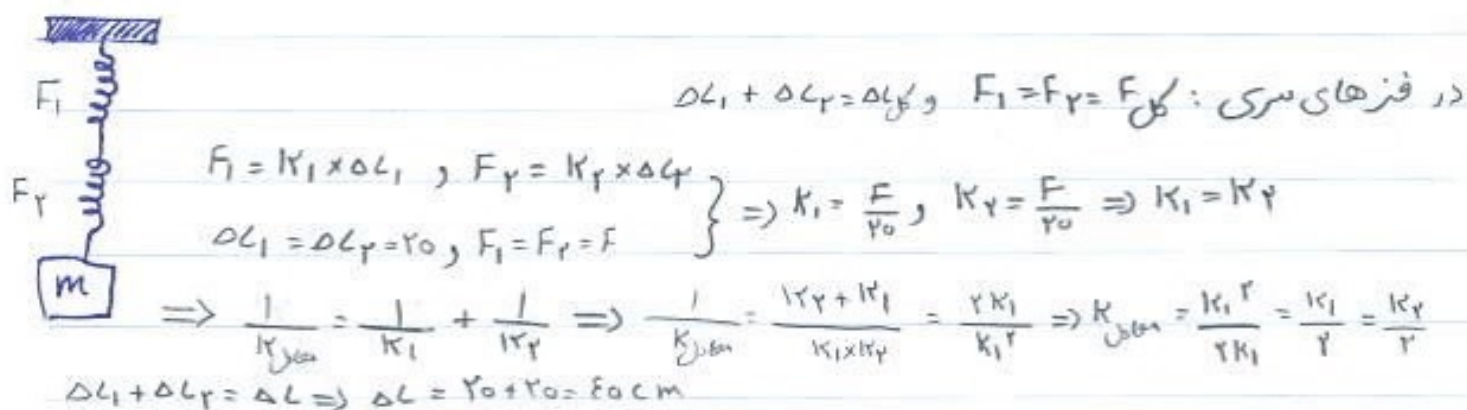
در اینجا دو حالت بوجود می آید که یا فنرها سری باشند و یا موازی باشند.



$$\frac{1}{k_2} = \frac{1}{60} - \frac{1}{40} \Rightarrow \frac{1}{k_2} = \frac{2}{120} - \frac{3}{120} = -\frac{1}{120} \Rightarrow k_2 = -120 \frac{N}{m}$$



۶- جسمی را مطابق شکل به دو فنر مشابه که به سقف بسته شده اند می آویزیم. بر این کار طول هر فنر ۲۰ cm افزایش می یابد. حال اگر این دو فنر را به موازات هم قرار داده و یک سر آن ها را به جسم و سر دیگر آن ها را به سقف متصل کنیم، هر کدام از فنر ها چند سانتی متر کشیده می شود؟

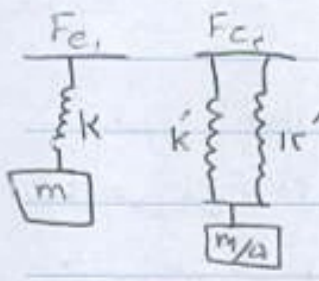


$$\left. \begin{aligned} F_{c \text{ سری}} &= F_{c \text{ موازی}} \\ F_{c \text{ سری}} &= \frac{K_1}{2} \times 40 \\ F_{c \text{ موازی}} &= 2K_1 \times \Delta L \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{K_1}{2} \times 40 = 2K_1 \times \Delta L \Rightarrow 20 = 2 \times \Delta L \Rightarrow \Delta L = 10 \text{ cm}$$

در فنرهای موازی $\Delta L_1 = \Delta L_2 = \Delta L$ پس هر کدام از فنرها باید ۱۰ cm بکشیم.

۷- دو فنر مشابه انتخاب می کنیم. به انتهای اولی وزنی m می آویزیم. دومی را از وسط نصف کرده، سپس این دو نیمه را موازی می بندیم و به انتهای مجموعه آن وزنی $\frac{m}{2}$ می آویزیم. وقتی وزنه ها به تعادل می رسند، افزایش طول فنرها به ترتیب ΔL و $\Delta L'$ می شود. نسبت $\frac{\Delta L'}{\Delta L}$ چند است؟ وقتی فنر نصف می شود K آن نیز در برابری شود و می دانیم که در فنر موازی K ها با هم جمع می شود پس:

$$\frac{1}{K'} + \frac{1}{K'} = \frac{1}{K} \rightarrow K' = 2K$$



$$\left. \begin{aligned} F_{c1} &= mg \\ F_{c1} &= k\Delta L \end{aligned} \right\} \Rightarrow mg = k\Delta L$$
$$\left. \begin{aligned} F_{c2} &= \frac{mg}{2} \\ F_{c2} &= k'\Delta L' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{mg}{2} = k'\Delta L'$$
$$\Rightarrow \frac{k\Delta L}{k\Delta L} = \frac{\frac{mg}{2}}{\frac{mg}{2}} \Rightarrow \frac{\Delta L'}{\Delta L} = \frac{1}{2}$$

۱- آوزنی مشابه ۲kg را با ۳ فر مشابه سبک با ثابت فر $20 \frac{N}{cm}$ طوری به یکدیگر می بندیم که میان هر دو وزنی متعادل یک فر باشد. وقتی دستگاه را روی یک میز افقی بدون اصطکاک به حالت تعادل می خوابانیم، طول کل دستگاه $36cm$ است اگر دستگاه را از سقف بیاویزیم، در حالت تعادل طول آن چند سانتی متر می شود؟ $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و از اجزای وزندها صرف نظر می کنیم.



$$\Sigma F = ma$$
$$a = 10 \frac{m}{s^2} \Rightarrow m = F/a = 1 \Rightarrow \Sigma F = 1 \times 10 = 10 N$$

$$k_1 = k_2 = k_3$$
$$\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \Rightarrow \frac{1}{k_{total}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{3}{20} \Rightarrow k_{total} = \frac{20}{3} \frac{N}{cm}$$

$$F = k\Delta L$$
$$k = \frac{20}{3} \frac{N}{cm}, F = 10 N \Rightarrow 10 = \frac{20}{3} \times \Delta L \Rightarrow \frac{10}{20} = \frac{\Delta L}{3} \Rightarrow \frac{10 \times 3}{20} = \Delta L \Rightarrow$$

$$\Delta L = 1.5 cm$$
$$L_2 - L_1 = \Delta L$$
$$\Delta L = 1.5 cm, L_1 = 39 \Rightarrow L_2 = 12 + 39 = 51 cm$$